

TUTORAT TREMPLIN : 7^{ÈME} SÉANCE

2 Février 2015

Comment lancer une balle le plus loin possible ?

On s'intéressera aujourd'hui à la trajectoire d'une balle, d'un boulet de canon, d'un caillou...

On lance une balle de masse m (assimilée à un point M ponctuel) à une vitesse v_0 (**constante** dans tout le problème) et avec un angle α_0 (**variable**) par rapport à l'horizontale.

- On se place dans un repère cartésien fixe $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$, on repère la position du point M par x, y .
- $x(t=0) = 0 = y(t=0)$
- On néglige tout frottements.

Partie I : Étude du problème et mise en équation

- 1) Faire un schéma du problème.
- 2) Quelles sont les forces qui s'exercent sur le point M ?
- 3) Établir l'équation du mouvement.
- 4) La résoudre : trouver $x(t)$ et $y(t)$.

Partie II : Résolution et applications

- 5) Calculer $t(\alpha_0)$ le temps où le point M touche le sol (en fonction de l'angle initial).
- 6) Calculer $d(\alpha_0)$ la distance où le point M touche le sol (en fonction de l'angle initial).
- 7) Quel est alors l'angle de lancer qui permet de toucher le sol le plus loin possible ?

Partie III : Équation de la courbe de sécurité

On appelle "courbe de sécurité" la courbe qui délimite l'espace où on peut être percuté par la balle de l'espace où on est hors d'atteinte.

On va vérifier qu'il s'agit d'une parabole, et trouver son équation.

- 8) À l'aide de la question 4), exprimer t en fonction de x
- 9) En déduire l'expression de y en fonction de x et α_0
- 10) À x fixé, quel est l'angle α_0 qui permet de maximiser y ?
- 11) Remplacer sa valeur dans l'expression de la question 9), et trouver l'équation de la courbe de sécurité $y_{\max}(x)$ en utilisant que

$$\cos(\text{Arctan}(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$